

基于曲线曲率的网格简化方法

唐慧¹⁾ 罗立民¹⁾ 周正东²⁾

¹⁾(东南大学影像科学与技术实验室,南京 210096) ²⁾(南京航空航天大学医学物理系,南京 210016)

摘要 网格简化是科学可视化和虚拟现实领域中的一个重要研究方面。细节是模型的重要组成部分,而顶点的法向量是描述模型细节的一个重要参数,在网格简化中,为了在保持模型的全局特征的同时也能较好地保持模型的细节,提出了一种采用曲率加权的二次误差作为简化代价的方法,该方法基于二次误差(QEM)简化方法,在代价函数中引入了顶点法向量的变化率,即顶点的离散曲线曲率,从而使得网格简化后模型的细节能够较好地保留。此外,为了在网格绘制上获得良好的视觉效果,采用了三角形平均法向量作为顶点法向量来进行处理和显示。实验结果表明,与单纯采用二次误差(QEM)作为代价函数的简化方法相比较,新方法能够在同等的简化率下更好地保持原有模型的固有特征,并具有良好的视觉效果。

关键词 网格简化 边收缩 平均法向量 曲线曲率

中图分类号: TP391.72 文献标识码:A 文章编号:1006-8961(2008)11-2224-07

A Mesh Simplification Method Based on Curvature of Curves

TANG Hui¹⁾, LUO Li-min¹⁾, ZHOU Zheng-dong²⁾

¹⁾(LIST, School of Computer Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096)

²⁾(Medical Physics Department, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210096)

Abstract Mesh simplification is an important research topic in scientific visualization and virtual reality. The detail characters are important parts of an object model and the vertex normal is one kind of characteristic representations. In order to preserve the detail characteristics in mesh simplification, the discrete curvature of curves is introduced to the method based on quadric error metric (QEM) in this paper. In addition, the average triangle normal is used as the vertex normal in order to get a better visual effect. The experimental result shows that the proposed method can maintain more object features at the same decimation rate as QEM method, while keeping a good visual effect.

Keywords mesh simplification, edge collapse, average normal, curvature of curves

1 引言

在计算机动画、科学计算可视化和虚拟现实等交互式计算机图形学应用中,物体表面常用多边形网格模型描述,最典型和最常用的就是三角面元拟合的多面体模型方法,这样可以利用图形硬件直接处理,并进行加速。随着医学图像获取设备以及计算机视觉3维数据获取设备的不断完善,可以预见

网格模型仍将是计算机图形学3维实体的重要表示方法。但是,在很多情况下,为了满足模型真实感的要求,高逼真度的物体一般都由几十万个甚至几百万个三角基本面元组成。用来表示物体的3维模型的三角片数远远超过图形硬件所能达到的进行实时交互绘制的能力,成为发展仿真技术的一个瓶颈。要提高图形显示速度,一个最直接有效的方法是简化网格模型,在保持视觉效果的前提下用较少的面元代替原始模型。

收稿日期:2006-11-13;收回日期:2007-05-31

第一作者简介:唐慧(1981~),女,东南大学生物医学工程专业博士研究生。主要研究方向为医学图像处理,科学可视化等。

E-mail:corinna@seu.edu.cn

网格简化方法一般可以分为以下 4 类:采样、自适应细分、删除和顶点合并。

(1) 采样

该方法对原始模型,包括表面点和内部特征点进行采样,并用采样后的模型来逼近原始数据。但由于采样自身存在的问题,对于一些高频细节部分,不可避免地会产生失真;

(2) 自适应细分

该方法首先设法创建一个基本的网格,然后通过迭代的细分操作来模拟原始模型,直到与原始模型的误差低于指定的阈值;

(3) 删除

该类算法不断地从网格中删除顶点或者面元,同时对每步在模型中形成的空洞进行三角化。特点是易于实现和有较快的速度;

(4) 顶点合并

此方法的基本原理是将模型中的两个或多个顶点收缩到一个顶点,通过合并顶点来减少三角形的个数。特点是方法清楚,易于实现,但是必须采用不同的策略来判断按照什么顺序进行合并。由于顶点合并的简单性和健壮性,它已经成为多变形网格简化的主要机制。

顶点合并通常采用迭代的方法。具体做法是对于每个合法操作给予一个代价,这个代价代表了对原来模型的改变量,然后每次的操作都选择代价最小的那个,完成后更新相关的代价,重复操作直到满足某个终止条件。顶点合并有多种方法,如果每次合并一个三角形的 3 个顶点,就成为三角形收缩,如果每次只合并两个共享同一条边的顶点,就叫边收缩(边折叠)。本文采用了基于边收缩的顶点合并方法。

2 已有的相关算法

文献[1]提出了顶点删除的网格简化算法,该方法根据一定的规则每次从模型中选择一个顶点,如果符合删除规则,则删除该顶点及相关边和三角形,然后对删除后在网格模型中所形成的空洞进行重新三角化。这个迭代过程一直进行下去,直到找不到可以再删除的顶点为止。这个方法的优点是简化后的模型的顶点是原模型的子集,可以直接采用原模型的法向量和纹理信息;缺点是简化后的模型在视觉效果上不佳。文献[2]提出了顶点聚合的网格简化算法,该算法首先对顶点的重要性进行判断,

认为那些连接较大的表面或者具有较高曲率的顶点更重要一些,称为特征顶点,然后对 3 维空间进行单元细分。同一个单元中的顶点,由那些特征顶点来代替,单元划分的精度决定了最终结果的视觉效果。这类算法实现起来简单快速,但是改变了模型的拓扑结构,而且无法控制模型的细节层次(level of detail, LOD),即对于简化的结果,无法判断可以产生多少个三角片。文献[3]提出了边收缩的网格简化算法,边收缩的方法是根据边的重要性排序,不断地从模型中删除边的方法。每删除一条边,则减少一个顶点和两个三角形。文献[4]中 Garland 等人把边收缩方法进行了延伸,使不相邻但是距离小于某个特定值的顶点对也可以被收缩,这样,可以把本来不相连的区域连接起来,但是也改变了模型的拓扑结构。

以上方法均依赖于顶点重要性的选取,即最先删除或聚合的是网格中的哪个部分。文献[5]对简化的各类代价计算方法进行了比较,通过比较得出结论;文献[4]中所用的二次误差尺度(quadric error metrics, QEM)能够得到很好的简化结果。但是 QEM 是基于面积的二次权值,在细节特征的保持上没有优势;文献[6]提出了用户交互的方法。用户需要通过交互界面选择需要保留的特征的范围,这种方法能够很好地保留模型特征,但是算法的效果依赖于用户定义。

以上所有算法几乎都没有用到顶点的法向量信息。根据对人类视觉系统的理解,人眼对于物体表面法向量变化的感知灵敏度明显高于对表面点位置的偏移的感知。本文在实验结果部分展示了绘制过程中顶点法向量的选择对绘制结果的影响,可以看出,顶点的法向量的变化对最终视觉效果影响很大。文献[7]采用了顶点的曲率法向量作为简化准则,但是,从文献[5]的分析中看,这种单纯依赖曲率的方法不能取得很好的视觉效果。文献[8]能达到很好的简化效果,但是其定义的网格凸特征值(mesh saliency, MS)计算十分费时,而简化需要的最终 MS 是所有尺度的 MS 的非线性归一化,从而计算时间是所有尺度下 MS 的计算时间之和,极大地增加了计算量。

根据法向量在简化中重要性的理解,本文提出了一种法向量相关的网格简化方法,把法向量的变化率即顶点的离散曲线曲率应用到网格简化中,从而在简化时保留模型特征。实验结果表明,本文算法能在很高的简化率下仍然保持模型的细节特征。

3 边收缩误差项的计算方法

3.1 二次误差尺度^[4]

Graland 等人提出了一种用 QEM 作为顶点对收缩误差项的网格简化方法。QEM 表示的是一个顶点到一个二次曲面的距离,该二次曲面定义为

$$a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2 + 2abxy + 2acxz + 2bcyz + 2adx + 2bdy + 2cdz + d^2 = 0$$

对于每一顶点 \mathbf{v} , 它的二次误差定义为

$$\begin{aligned} \Delta_v &= \sum_{\mathbf{p} \in NT(\mathbf{v})} (\mathbf{p}^T \mathbf{v})^2 \\ &= \sum_{\mathbf{p} \in NT(\mathbf{v})} (\mathbf{v}^T \mathbf{p})(\mathbf{p}^T \mathbf{v}) \\ &= \mathbf{v}^T \left(\sum_{\mathbf{p} \in NT(\mathbf{v})} \mathbf{K}_p \right) \mathbf{v} \end{aligned}$$

式中, $\mathbf{p} = [a \ b \ c \ d]^T$, 表示 $ax + by + cz + d = 0$ 定义的平面, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ 。T 为转置 $NT(\mathbf{v})$ 表示的是 \mathbf{v} 的相邻三角形平面, \mathbf{K}_p 表示向量 \mathbf{p} 的二次误差矩阵, 其中

$$\mathbf{K}_p = \mathbf{p}\mathbf{p}^T = \begin{bmatrix} a^2 & ab & ac & ad \\ ab & b^2 & bc & bd \\ ac & bc & c^2 & cd \\ ad & bd & cd & d^2 \end{bmatrix}$$

3.2 曲线曲率

3.2.1 法向量计算

本文用顶点的平均法向量作为该点的法向量,

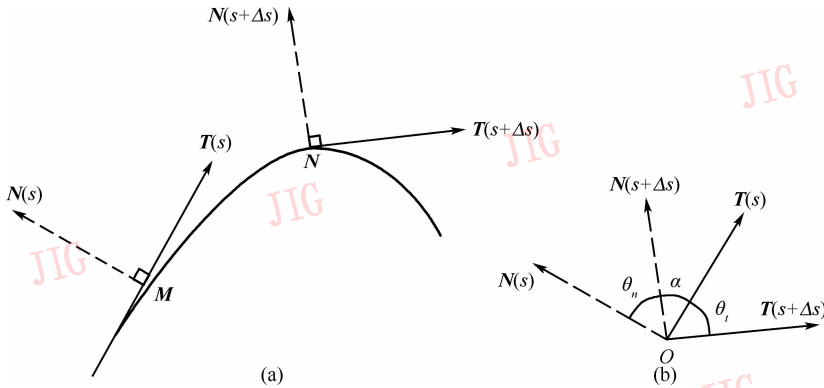


图 1 曲线的曲率计算示意图

Fig. 1 Computation of the curves curvature

对于网格中的一个点, 取其周围所有边的曲率最大值作为该点的曲线曲率, v_i 点的曲线曲率定义为 $k(v_i) = \max\{k(i, j), j \in NV(v_i)\}$, 其中 $NV(v_i)$ 表示 v_i 的相邻点集。由曲线曲率的几何意义可知, v_i 点的曲线曲率表示了该点的弯曲程度, 即尖锐程度。

定义如下:

$$N_v = \sum_{A \in NT(\mathbf{v})} N_A$$

式中, N_v 表示顶点 \mathbf{v} 的法向量, $NT(\mathbf{v})$ 表示 \mathbf{v} 的相邻三角形, N_A 表示三角形 A 的法向量。

3.2.2 曲线曲率定义

文献[9]中推导得出, 曲线的曲率可以表示为

$$k(s) = \lim \left| \frac{\theta_t}{\Delta s} \right|$$

其中, θ_t 为两点切向量变化量的夹角。如图 1(a) 所示, 某一点切向量 $\mathbf{T}(s)$ 和法向量 $\mathbf{N}(s)$ 是相互垂直的关系, 相应地, $\mathbf{T}(s + \Delta s)$ 与 $\mathbf{N}(s + \Delta s)$ 相互垂直。将图 1(a) 中两个直角 $\angle M$ 和 $\angle N$ 平移到点 O , 如图 1(b) 所示。从图 1(b) 中可以看出, 切向量的夹角 θ_t 等于 $90^\circ - \alpha$, 而法向量的夹角 θ_n 也等于 $90^\circ - \alpha$, 从而切向量的夹角 θ_t 与法向量夹角 θ_n 相等。所以, 曲线的曲率还可以表示为 $k(s) = \lim \left| \frac{\theta_n}{\Delta s} \right|$ 。曲率实际上刻画了曲线的方向向量转动的“快慢”程度, 也就是曲线的弯曲程度。在离散化的曲面网格中, 可用近似曲率代替实际曲线曲率。某条边 (v_i, v_j) 的近似曲率定义为 $k(i, j) = \frac{\theta_n}{\|v_i - v_j\|}$ 。

$$k(i, j) = \frac{\theta_n}{\|v_i - v_j\|}$$

3.3 加权二次误差

结合 QEM 和平均曲线曲率的优点, 定义了加权二次误差, 用曲线的尖锐程度对二次误差进行限制, 从而在以二次误差作为标准的边收缩算法中考虑进点的弯曲程度的因素。顶点 \mathbf{v} 的加权二次误差定义为 $\Delta'_v = \Delta_v \cdot k(\mathbf{v})$ 。

4 算法描述

文献[4]的算法中采用了收缩顶点对的方法进行边收缩,由于那样会改变网格的拓扑结构,本文仅仅考虑了相连的边收缩的情况,对于不相连的顶点对不予考虑。

对于每条边 $e_{i,j}$,分别取收缩到端点和中点的加权二次误差的最小值作为最终该边的收缩代价。

算法步骤如下:

(1) 计算每个顶点的二次误差矩阵 ΣK_p 和曲线曲率 $k(v)$ 。

(2) 计算每条边 $e_{i,j}$ 的收缩代价,同时得到边的收缩候选点。

(3) 把所有的边按其收缩代价排序,收缩代价最小的排列在队列的最前端。

(4) 取出队列的第 1 条边,收缩到候选点,删除该边的两个相邻三角形。

(5) 重新计算与该边两个顶点相邻的所有顶点的平均曲率,并更新相关的边的收缩代价和收缩候选点,并相应地改变它们在候选队列中的位置。

(6) 重复步骤(4)和步骤(5)直到达到所要求的三角面片数目。

5 实验结果讨论

在微机系统上实现了本文算法,并对一些经典模型进行了实验。硬件环境为 CPU:P4,2.4G, RAM:512M。选取的模型是具有代表性的牛模型(2 904 个顶点,5 804 个三角形)、兔子模型(35 947 个顶点,69 451 个三角形)和马模型(48 485 个顶点,96 966 个三角形)。从模型绘制的视觉效果、模型的简化效果和简化误差 3 个方面进行分析并与单纯使用 QEM 作为简化准则的方法进行比较,两种方法在其他设置上均一致,只是在简化准则上不同。

5.1 法向量选取对绘制结果影响

顶点的法向量在模型的绘制过程中起着非常重要的作用,而许多模型只给出了顶点和三角形连接信息,法向量需要另外计算。以往的简化算法,如文献[4]、[5]、[7]中,在绘制简化结果的时候大部分都没有考虑顶点法向量对结果的影响,一般采用三角形的法向量直接代替顶点的法向量,这样绘制的结果是模型有块状感,没有平滑的效果。

图 2 展示了顶点法向量对绘制结果的影响。图 2(a)为牛模型(2 904 个顶点,5 804 个三角形),

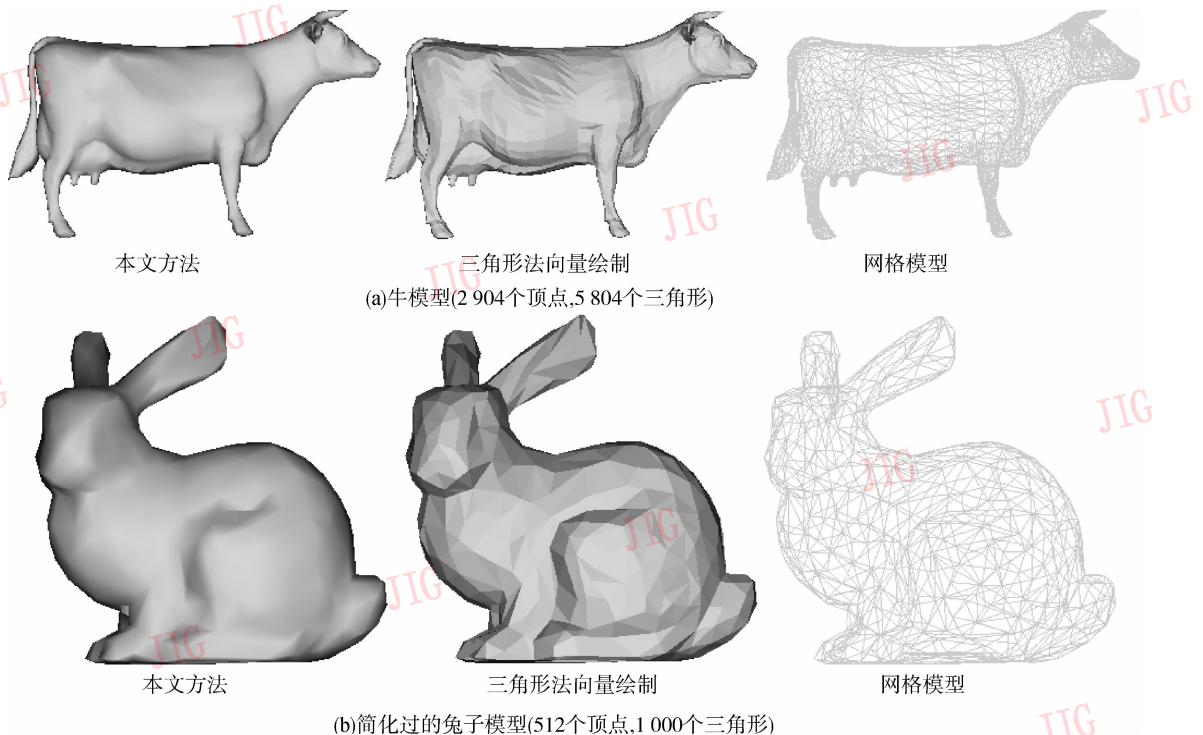


图 2 法向量对视觉效果的影响

Fig.2 Visual effect of normals

图 2(b) 为简化过的兔子模型, 图 2(a) 和图 2(b) 从左到右依次为: 采用平均法向量作为顶点法向量, 采用三角形法向量作为顶点法向量, 直接绘制网格模型。从图中可以看出, 采用平均法向量的方法即使在很少的三角形情况下也能得到比较平滑的效果。图 2(a) 和图 2(b) 中 3 个图均为相同的网格, 所不同的仅仅是法向量的计算方法, 可以看出, 法向量的变化对人眼的感知效果影响很大。

5.2 简化效果

图 3 是牛模型简化到 500 个三角形下的情况, 把采用平均法向量绘制和采用三角形法向量绘制的结果做了比较, 直接采用三角形法向量绘制能够比较清楚地看到简化后的三角形连接情况, 而采用平均法向量绘制能够得到比较好的视觉效果。从图中可以看出, 与直接使用 QEM 准

则相比, 本文的算法在平坦区域用了比较少的三角形表达。图 4 是马模型简化到 500 个三角形下的情况。从图 3 和图 4 中可以看出, 直接使用 QEM 准则和本文算法相比, 两者在整体轮廓上差别不大, 只是在一些细节上出现了细微差异, 而本文算法在保持细节特征上更有优势。这是因为 QEM 是基于面积权值的二次准则, 也就是说, 顶点对的去重能够保留大的三角形而消除小的三角形。然而, 对某些模型来说, 特征部位往往需要许多小的三角形来表达。所以, 如果一个出现在平坦区域与大三角形相连的边和一个出现在特征区域与小三角形相连的边, 该算法会首先选择处于特征区域的边进行收缩, 而保留平坦区域的边。本文算法考虑进了顶点的弯曲程度, 所以对平坦区域的简化程度要高于有尖锐特征的区域。

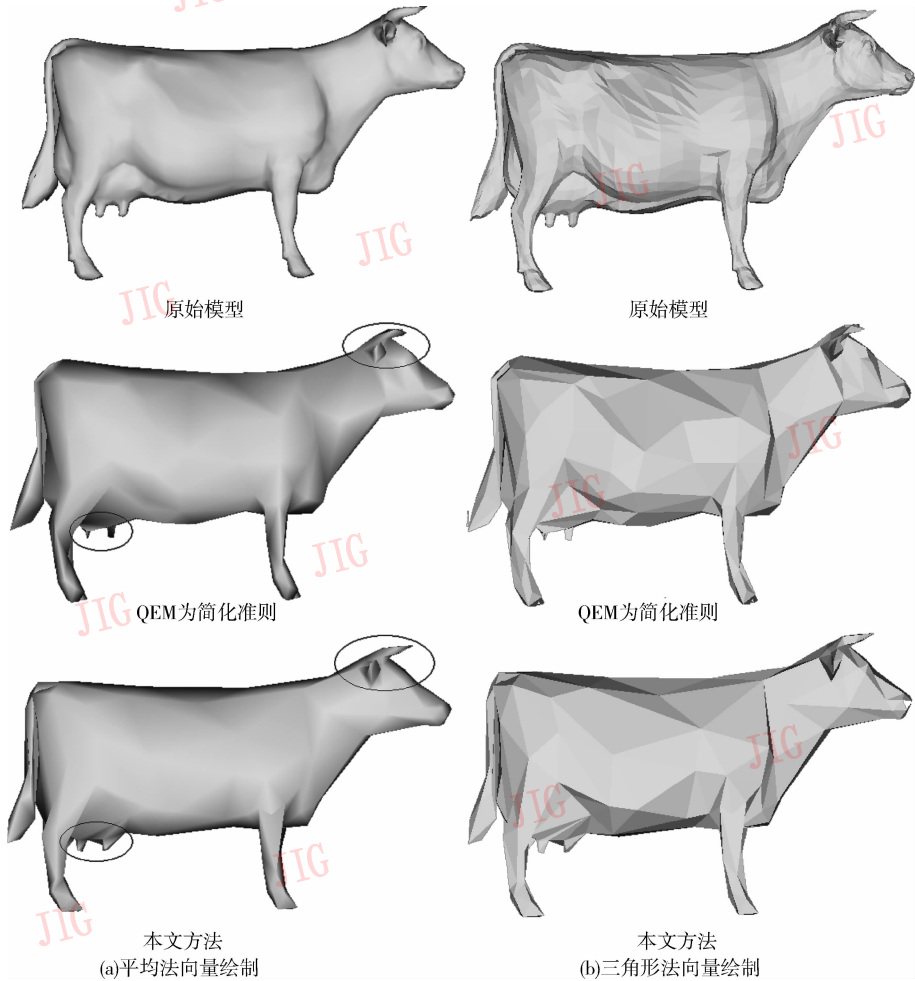


图 3 牛模型简化到 500 个三角形

Fig. 3 Cow model simplified to 500 triangles

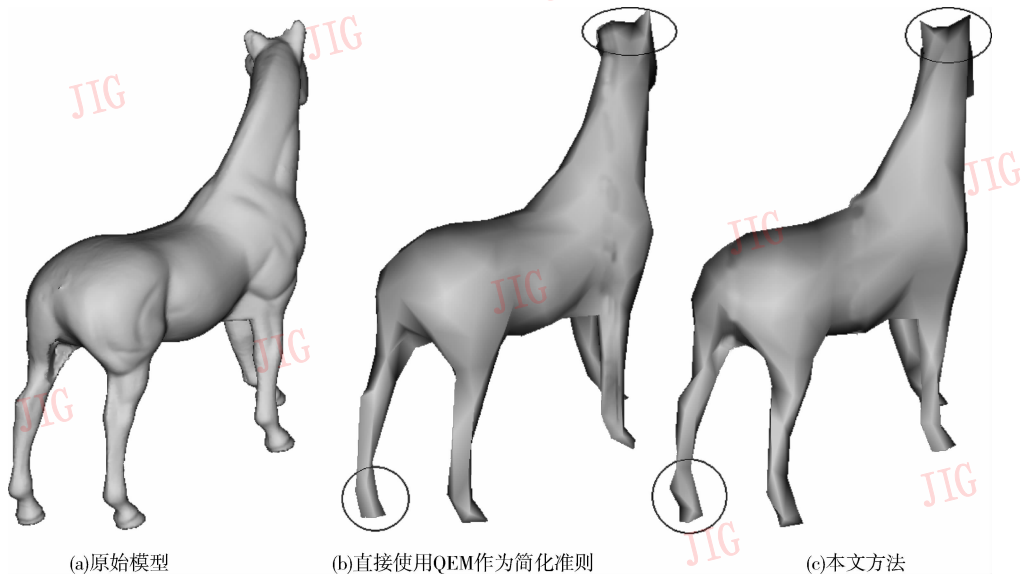


图 4 马模型简化到 500 个三角形

Fig. 4 Horse model simplified to 500 triangles

5.3 简化误差

使用了 Metro4. 06^[10] 来进行误差分析,该工具由 Cignoni P 等人设计,用于比较两个网格间的差别。采用的实验模型是马模型(48 485 个顶点, 96 966个三角形)。

图 5 为两种误差标准下采用 QEM 作为收缩准则和采用本文方法的比较,其中,图 5(a)采用简化模型到原始模型的最大距离作为误差标准,图 5(b)采用了简化模型到原始模型的均方差作为误差标准。从图中可以看出,本文算法简化后的最大距离

比 QEM 要小,但是全局误差比 QEM 大,这是因为在相同三角形数目的情况下,本文算法采用了更多的小三角形去表达特征部位,从而导致其他部分的三角形数目变少,全局误差增大。但是,从图 4 所示的显示效果来看,平坦部位的三角形数目变少并不影响整体效果,而特征部位的丢失虽然对全局误差贡献较小,但是会引起模型的失真。最大距离在一定程度上反映了简化模型到原始模型的特征保持程度,从图 5(a)可以看出,在简化比例较高的情况下,本文算法在特征保持上有优势。

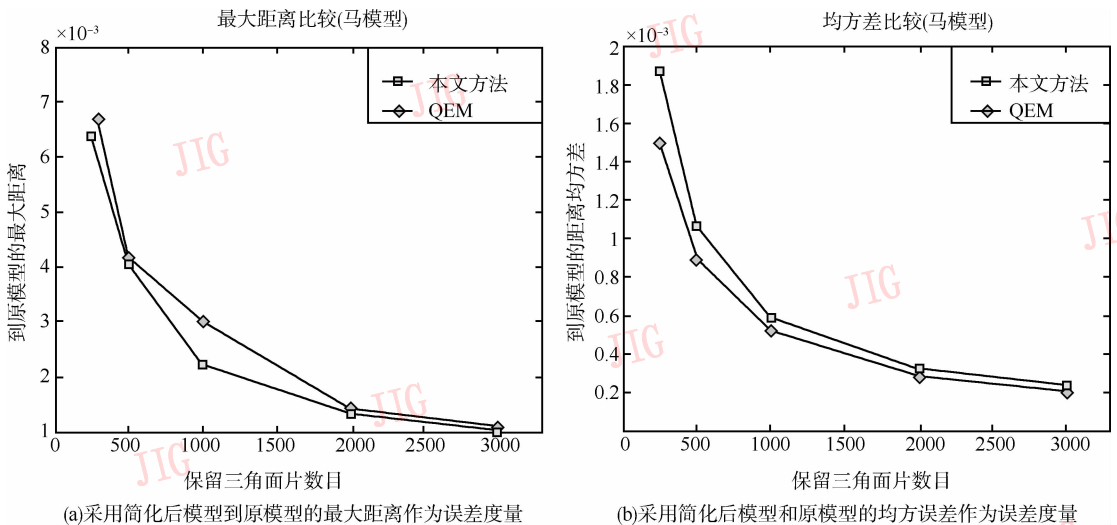


图 5 误差比较

Fig. 5 Comparison of simplified errors

6 结 论

网格简化的目的是在基本不改变视觉效果前提下,用尽可能少的三角片元刻画原始模型,从而获得较高的绘制速度。

在目前的简化算法中,QEM的边收缩简化方法能够获得比较好的简化效果,但是该方法是基于面积权值的二次准则,没有考虑法向量的变化。本文采用曲线曲率加权的QEM作为简化时的收缩代价,在简化时同时考虑二次误差和法向量变化率两个因素。另外,在网格绘制过程中顶点法向量的选取对绘制效果影响很大,本文采用三角形的平均法向量作为顶点法向量进行网格的绘制,从而获得比较好的视觉效果。实验结果表明,考虑了曲线曲率的简化方法能够比较好地保留模型的细节特征,所以本文方法适用于尖锐特征比较明显的模型。

参考文献 (References)

- 1 Schroeder W J, Zarge J A. Decimation of triangle meshes [J]. Computer Graphics, 1992, 26(2): 65 ~ 70.
- 2 Low K L, Tan T S. Modeling simplification using vertex clustering [A]. In: Proceedings of the ACM Siggraph [C], Los Angeles, CA, USA, 1997: 75 ~ 82.
- 3 Hoppe H. Progressive meshes [A]. In: Proceedings of the 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques [C], New Orleans, LA, USA, 1996: 99 ~ 108.
- 4 Garland M, Heckbert P S. Surface simplification using quadric error metrics [A]. In: Proceedings of the 24th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques [C], Los Angeles, CA, USA, 1997: 209 ~ 216.
- 5 Oliver Matias van Kaick, Helio Pedrini. A Comparative Evaluation of Metrics for Fast Mesh Simplification [J]. Computer Graphics forum, 2006, 25(2): 197 ~ 210.
- 6 Kho Y, Garland M. User-guided simplification [A]. In: Proceedings of ACM Symposium on Interactive 3D Graphics [C], San Diego, CA, USA, 2003: 123 ~ 126.
- 7 Kim S J, Kim C H, Levin D. Surface simplification using a discrete curvature norm [J]. Computers Graphics, 2002, 26(5): 657 ~ 663.
- 8 Lee C H, Varshney A, Jacobs D. Mesh Saliency [J]. ACM Transactions on Graphics, 2005, 24(3): 659 ~ 666.
- 9 Meng Dao-ji, Liang ke. Differential geometry (the second edition) [M], Beijing: Science Publishing Company, 2004: 14 ~ 15. [孟道骥,梁科.微分几何(第二版)[M],北京:科学出版社,2004: 14 ~ 15.]
- 10 Cignoni P, Rocchini C, Scopigno R. Metro: measuring error on simplified surfaces [J]. Computer Graphics forum, 1998, 17(2): 167 ~ 174.